Física curs 2011-2012

Sèrie 3

P1)

a) La força d'atracció gravitatòria és igual a la força centrípeta necessària perquè el satèl·lit giri en la seva òrbita: [**0.2**]

$$\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)^2} \;=\; m_s\omega^2(R_T+h)\ [\mathbf{0.4}] \;= m_s\frac{4\pi^2}{T^2}(R_T+h)$$

Per tant el període del satèl·lit serà:

$$T \;=\; \sqrt{\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{GM_T}}\ [\mathbf{0.2}] \;=\; 6,00\times10^3\ \mathrm{s}\ [\mathbf{0.2}]$$

b) Suposant que la fricció és menyspreable, podem aplicar el principi de conservació de l'energia:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{GM_T m_s}{(R_T+h)^2} &= m_s\,\tfrac{v^2}{(R_T+h)} \\ (E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} &= \tfrac{1}{2}m_s\,v^2 - \tfrac{GM_T m_s}{(R_T+h)} \end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$(E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} \;=\; -\frac{1}{2}\,\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$(\Delta E\ +\ E_p)|_{superf\acute{\imath}cie\ de\ la\ Terra} \;= (E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} \;=\; -\frac{1}{2}\,\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)}[\mathbf{0.2}]$$

Per tant:

$$\Delta E|_{superf\acute{\imath}cie\ de\ la\ Terra} \;= E_m|_{\grave{o}rbita}\ -\ E_p|_{superf\acute{\imath}cie\ de\ la\ Terra}\ [\mathbf{0.2}]\ \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{superf\acute{\imath}cie\ de\ la\ Terra} \;=\; -\frac{1}{2}\frac{GM_T m_s}{(R_T\ +\ h)}\ +\ \frac{GM_T m_s}{R_T}\ [\mathbf{0.2}]\ \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{superf\acute{\imath}cie\ de\ la\ Terra} \;=\; \text{Energia necessària per posar el satèl.lit en òrbita} \;=\; GM_T m_s\,\frac{R_T+2h}{2(R_T\ +\ h)\ R_T} \;=\; 1.68\times10^{11}\ \mathrm{J}\ [\mathbf{0.2}]$$

P2)

a) A partir de l'observació de la gràfica veiem que als 140 dies el nombre d'àtoms radioactius s'ha reduït a la meitat. Per tant el període de semidesintegració serà: $t_{1/2} = 140$ dies [**0.4**]

$$N(t) \;=\; N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ ln2}{t_{1/2}}}\ [\mathbf{0.4}]$$

Per tant per $t \;=\; 3\ t_{1/2}$ tindrem:

$$N(t=3t_{1/2}) \;=\; N_0\ \mathrm{e}^{-3\ ln2} \;=\; 1.25\times10^{15}\text{àtoms}\ [\mathbf{0.2}]$$

b) La reacciò nuclear serà:

$${}^{210}_{84}Po \;\rightarrow\; {}^{4}_{2}\alpha \;+\; {}^{206}_{82}Pb\ [\mathbf{1}]$$

També considerem vàlida la resposta on enlloc de α s'escriu He.

Opció A
P3)

a)

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-9}} = 8,57 \times 10^{6} \text{ N/C o V/m } [\mathbf{0.5}]$$

Direcció: perpendicular a les plaques [**0.2**] Sentit: cap a la placa negativa [**0.3**]

b) Hem de realitzar un treball en contra del camp:

$$\Delta E = Q\ \Delta V = 1.60 \times 10^{-19} \cdot 60 \times 10^{-3} = 9,60 \times 10^{-21} \text{ J } [\mathbf{1}]$$

P4)

a) En un M.V.H.S. tenim:

$$\vec{F} = m\ \vec{a} \Rightarrow -k\ y = m(-\omega^2\ y) \Rightarrow k = m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}\ m\ [\mathbf{0.2}]$$

per tant el pendent de la recta que representem és $\frac{4\pi^2}{k}$ [**0.2**], que passa per l'origen de coordenades. A partir de la gràfica veiem que per m=100 g, aproximadament tenim T^2=0,44 s^2 d'aquí podem deduir que:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{0,44} = 8,97 \text{ N/m } [\mathbf{0.4}]$$

Si fem la mesura per m = 32g, llegint directament de la gràfica veiem que T^2 = 0,14 s^2; per tant T = 0,37 s; si ho fem a partir del valor de la k tindrem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.38\text{s } [\mathbf{0.2}]$$

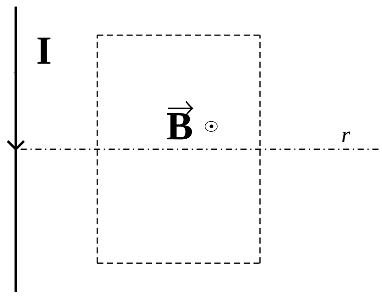
b) Per les condicions que ens diu el problema la posició de la massa obeïx la següent equació:

$$y(t) = A\ \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow v(t) = -A\omega\ \sin(\omega t + \pi) \Rightarrow a(t) = -A\omega^2\ \cos(\omega t + \pi) = -\ \omega^2\ y(t)\ [\mathbf{0.4}]$$

$A = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$, $T^2(m = 100g) = 0.44s^2$ [**0.2**] $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 9.47$ rad/s [**0.2**] $y(t = 3s) = 9,91 \times 10^{-2}$ m; $a(t = 3s) = -8,89$ m/s^2 [**0.2**]

P5)

a) A qualsevol punt de l'espai, les línies de camp magnètic produït pel corrent que circula per un fil recte i llarg són tangents a un cercle de radi r centrat en el fil, on r és la distància del fil a on considerem el camp. [**0.4**]



Tal com indica la figura el camp magnètic serà perpendicular i sortint cap en fora del paper. [**0.4**]

El valor del camp magnètic no és constant sinó que és inversament proporcional a r [**0.2**]

b) Es produeix corrent induït en una espira quan el flux del camp magnètic varia amb el temps. [**0.4**]

Per tant, es produirà corrent en els intervals de temps de 0-20 s i de 80-120 s, ja que en aquests intervals de temps el camp magnètic produït pel corrent varia perquè aquest corrent que l'indueix varia amb el temps. [**0.4**].

Dels dos intervals de temps esmentats el que correspon de 0-20 s, produirà un corrent més gran, ja que la derivada en funció del temps és més gran i per tant la derivada del flux magnètic també serà més gran. [**0.2**]

Opció B
P3)

a) $V(A) - V(B) = 0$ [**0.2**], ja que $\vec{E}$ és perpendicular al camí $\vec{AB}$, [**0.1**]
$V(B) - V(C) = -\vec{E} \cdot \vec{CB} = |\vec{E}| \cdot |\vec{CB}| = 500 \cdot 0.2 = 100\text{V}$ [**0.3**]
$V(A) - V(C) = V(A) - V(B) + V(B) - V(C) = 100\text{V}$ [**0.4**]

b) Per qué es mantingui en equilibri la força elèctrica haurà de compensar exactament el pes, [**0.2**] per tant la càrrega haurà de ser negativa [**0.2**].

$$q\,E = m\,g \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = 3,92 \times 10^{-5}\ \text{C}\ [\mathbf{0.2}]$$

La càrrega estarà en equilibri en qualsevol punt de l'espai on existeixi aquest camp elèctric, ja que aquest és uniforme i per tant la força que exerceix sobre les càrregues elèctriques també és constant. [**0.4**]

P4)

a) $\nu = 25$ Hz, $\lambda = 0,24$ m, [**0.1**] $v = \lambda\,\nu = 6,00$m/s [**0.2**] $\omega = 2\pi\nu = 157$ rad/s [**0.1**]

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2\text{m}^{-1} \; [\mathbf{0.2}]$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \phi) \; [\mathbf{0.1}]$$

Condicions inicials: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$, [**0.1**] per tant:

$$y(x,t) = 0.03 \sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right] \; y \text{ en m, } t \text{ en s i } x \text{ en m,} [\mathbf{0.2}]$$

També és vàlida la solució:

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \phi), \text{ amb } \phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x,t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1.5\pi \cos\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right], \; [\mathbf{0.3}]$$

$$v(x=6, t=3) = 1.5\pi \cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71 \text{ m/s} \; [\mathbf{0.2}]$$

$$a(x,t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -75\pi^2 \sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right], \; [\mathbf{0.3}]$$

$$a(x=6, t=3) = -75\pi^2 \sin(100\pi) = 0,00 \; [\mathbf{0.2}]$$

P5)

a) La força magnètica de Lorenz és la que proporciona la força centrípeta necessària per a fer girar els protons: [**0.2**]

$$q\,v\,B = m\frac{v^2}{r} \; [\mathbf{0.2}]$$

$$q\,B = m\,\frac{v}{r} = m\,\omega = m\,2\pi\nu \; [\mathbf{0.2}]$$

$$\nu = \frac{qB}{m2\pi} = \frac{1,60\times 10^{-19}C \times 9\times 10^{-3}\text{T}}{2\pi\times 1,67\times 10^{-27}kg} = 1,37\times 10^5 \text{ H}_\text{z} \; [\mathbf{0.4}]$$

b)

$$v = \omega\,r = 2\pi\nu\,r \; [\mathbf{0.25}]$$

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = m\,2(\pi\nu\,r)^2 = 1,55\times 10^{-16} \text{ J} \; [\mathbf{0.25}]$$

La longitud associada de De Broglie serà:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \; [\mathbf{0.25}] = \frac{h}{2\pi\nu r m} = 9.21\times 10^{-13}\text{m} \; [\mathbf{0.25}]$$

Física curs 2011-2012

Sèrie 1

P1)

a)

$$G\frac{M_{planeta}\ M_{estrella}}{R^2_{orbita\ planeta}} = M_{planeta}\ R_{orbita\ planeta}\ \omega^2_{planeta}\ [\mathbf{0.5}];\ \omega_{planeta} = \frac{2\pi}{T_{planeta}}\ [\mathbf{0.3}]$$

$$M_{estrella} = \frac{R^3_{orbita\ planeta}\ \omega^2_{planeta}}{G} = \frac{R^3_{orbita\ planeta}}{G}\left(\frac{2\pi}{T_{planeta}}\right)^2 = 1,87\times10^{30}kg\ [\mathbf{0.2}]$$

b)

$$g_{planeta} = G\frac{M_{planeta}}{R^2_{planeta}} = 16,9\frac{m}{s^2}\ [\mathbf{0.3}];\quad \frac{1}{2}m\ v^2_{esc} - G\frac{M_{planeta}\ m}{R_{planeta}} = 0\ [\mathbf{0.5}]$$

$$v_{esc} = \sqrt{2G\frac{M_{planeta}}{R_{planeta}}} = \sqrt{2g_{planeta}\ R_{planeta}} = 1,90\times10^4\frac{m}{s}\ [\mathbf{0.2}]$$

P2)

a) El sistema es trobarà a la seva posició d'equilibri a una distància d tal que la força de la gravetat i la de restauració de la molla es compensin

$$-k(d-l)+mg=0\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on obtenim

$$d = l+\frac{mg}{k} = 0.2+\frac{0.020\cdot 9.81}{4} = 0.249\,\text{m} = 24.9\ \text{cm}[\mathbf{0.5}]$$

b) A l'afegir una segona massa a la plataforma, la massa total del conjunt passa a ser $20+300=320\,\text{g}$, es a dir 0,32 kg. Si desplacem el conjunt 10 cm de la seva nova posició d'equilibri i el deixem anar, aquest realitza un moviment harmònic simple d'amplitud $A=0.1\,\text{m}$. Al tornar a passar per la posició d'equilibri, tota la seva energia és cinètica i podem escriure

$$\frac{1}{2}\,kA^2 = \frac{1}{2}\,mv^2\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on trobem

$$v = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1\sqrt{\frac{4}{0.32}} = 0.354\,\text{m/s} = 35.4\ \text{cm/s}[\mathbf{0.5}]$$

Opció A
P3)

a)

$$ {}^{b}_{a}n \; + \; {}^{235}_{92}U \Rightarrow {}^{95}_{38}Sr \; + \; {}^{c}_{d}Xe \; + 2\,{}^{b}_{a}n $$

$$ \left.\begin{array}{r} b \; + \; 235 \; = \; 95 + \quad c \; + \; 2b \\ b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \; c \; = \; 139; [\mathbf{0.4}] $$

$$ \left.\begin{array}{r} a \; + \; 92 \; = \; 38 + \quad d \; + \; 2a \\ a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \; d \; = \; 54; [\mathbf{0.4}] $$

Aquest nucli d'Urani té: 92 protons i 235-92=143 neutrons; [**0.2**]

b)

$$ \Delta m \; = \; m_{\;^{235}U} \; - \; (m_{\;^{95}Sr} \; + \; m_{\;neutró} \; + \; m_{\;^{139}Xe}\;) \; = 0,27694u; [\mathbf{0.4}] $$

$$ 0.27694u \; \frac{1,66054 \times 10^{-27} kg}{1 \; u} \; = 4,59870 \times 10^{-28} kg; [\mathbf{0.2}] $$

$$ E \; = \; \Delta m \; c^2 \; = \; 4.13309 \times 10^{-11} J; [\mathbf{0.4}] $$

P4)

a) En la regió A el camp ha d'anar dirigit cap a l'esquerra (o en sentit contrari al moviment de l'electró). Es pot justificar indicant que una força cap endavant actuant sobre una partícula negativa requereix un camp elèctric cap enrere. [**0.5**] En la regió B el moviment serà accelerat (però no rectilini), descrivint una paràbola ascendent (o còncava tal com està dibuixat).Poden predir que xocarà amb la placa superior, però han d'especificar que la trajectòria serà parabòlica. [**0.5**]

b) Tractant-se d'un camp elèctric constant

$$ \Delta V \; = \; -\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; -40 \times 10^3 \mathrm{N/C} \cdot 0.0500 \mathrm{m} \cdot (-1) \; = \; 2,00 \times 10^3 \mathrm{V} \; [\mathbf{0.5}] $$

Pot trobar-se ΔE_c calculant el treball que fa la força elèctrica:

$$ \Delta E_c \; = \; W \; = \; \vec{f} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; \mathrm{q}\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; -1.60 \times 10^{-19} \mathrm{C} \cdot 40 \times 10^3 \mathrm{N/C} \cdot 0.0500 \mathrm{m} \cdot (-1) \; = 3,20 \times 10^{-16} \; \mathrm{J} $$

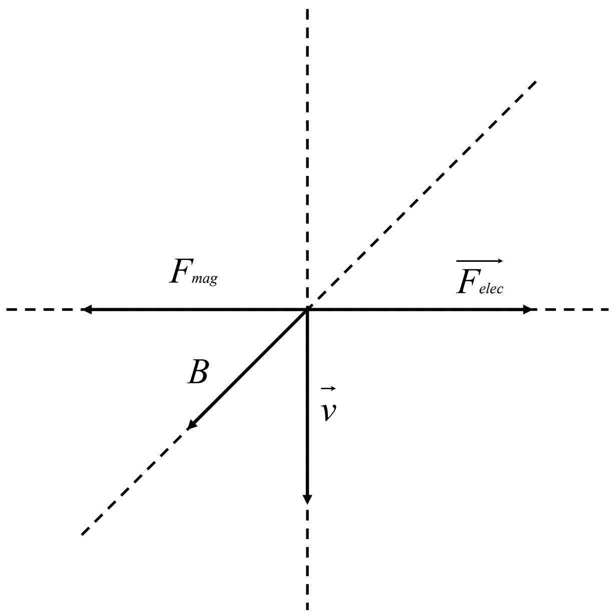
o bé trobant la disminució d'energia potencial elèctrica

$$ \Delta E_c \; = \; -\Delta E_p \; = \; -q \; \Delta V \; = \; -(-1.60 \times 10^{-19} \mathrm{C} \cdot 2000 \mathrm{V} \; = \; 3.20 \times 10^{-16} \mathrm{J} \; [\mathbf{0.5}] $$

P5)

a) Els ions no es desvien quan la força magnètica de Lorenz es compensa amb la força elèctrica, **[0.2]** tal com es mostra a la figura, pel cas d'un ió positiu:

[**0.2**]



$\vec{F}_{mag} = -\vec{F}_{ele}$ [**0.2**] $\Rightarrow F_{mag} = F_{ele} \Rightarrow q\,v\,B = q\,E \Rightarrow v = \dfrac{E}{B}$ [**0.2**] $v = \dfrac{20\,N/C}{2,5\times 10^{-3}\,T} = 8,00{\times}10^3\,m/s$ [**0.2**]

b) Al entrar aquests ions en la regió on només estan sotmesos a l'acció del camp magnètic, aquest fa una força perpendicular a la seva velocitat, per tant els fa fer un moviment circular uniforme: **[0.3]**

$\vec{F}_{mag} = q\,(\vec{v}\wedge\vec{B}) = \vec{F}_{cpta} \Rightarrow q\,v\,B = \dfrac{m\,v^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{m\,v}{q\,B}$: radi de la trajectòria circular dels ions [**0.3**]

Per l'isòtop ${}^3_1H^+$, tindrem:

$$R = \frac{3\cdot 1,67\times 10^{-27}kg\ 8\times 10^3 m/s}{1,602\times 10^{-19}C\ 2.5\times 10^{-3}T} = 1,00\times 10^{-1}\text{m [\textbf{0.2}]}$$

Per tant $d = 2R = 2,00\times 10^{-1}$ m [**0.2**]

Opció B
P3)

a)

$$\vec{F_A} = \vec{F_B} = q\vec{v}\wedge\vec{B}\ [\mathbf{0.4}] \Rightarrow |\vec{F}| = qvB\sin\theta = 1.60\times10^{-19}.\ 3\times10^{5}\mathrm{m/s}\ .\ 0,42\mathrm{T} = 2,02\times10^{-14}\mathrm{N}\ [\mathbf{0.4}]$$

Aplicant la regla de la mà dreta del producte vectorial, la força va dirigida cap endins del paper [**0.2**]

b) Totes dues partícules es mouran seguint trajectòries circulars amb un MCU, ja que la força és perpendicular en tot moment al vector velocitat i sempre està situada al pla perpendicular a $\vec{B}$ [**0.4**]
La força és la mateixa per els dos ions, però les masses no, el que farà que el radi no sigui igual. [**0.2**]

$$q\ v\ B = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}\ [\mathbf{0.2}]$$

Com que v, q i B són iguals, i com $m_A = 2m_B$, aleshores $R_A = 2R_B$ [**0.2**]

P4)

a)

$$N(t) = N_0\ \mathrm{e}^{-\lambda\ t}\ [\mathbf{0.2}]; \lambda = \frac{\ln 2}{\tau}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$N(t = 100\, anys) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{6580}100} = N_0\ .\ 0.99\ [\mathbf{0.4}]$$

Per tan quedarà un 99% de plutoni sense desintegrar [**0.2**]

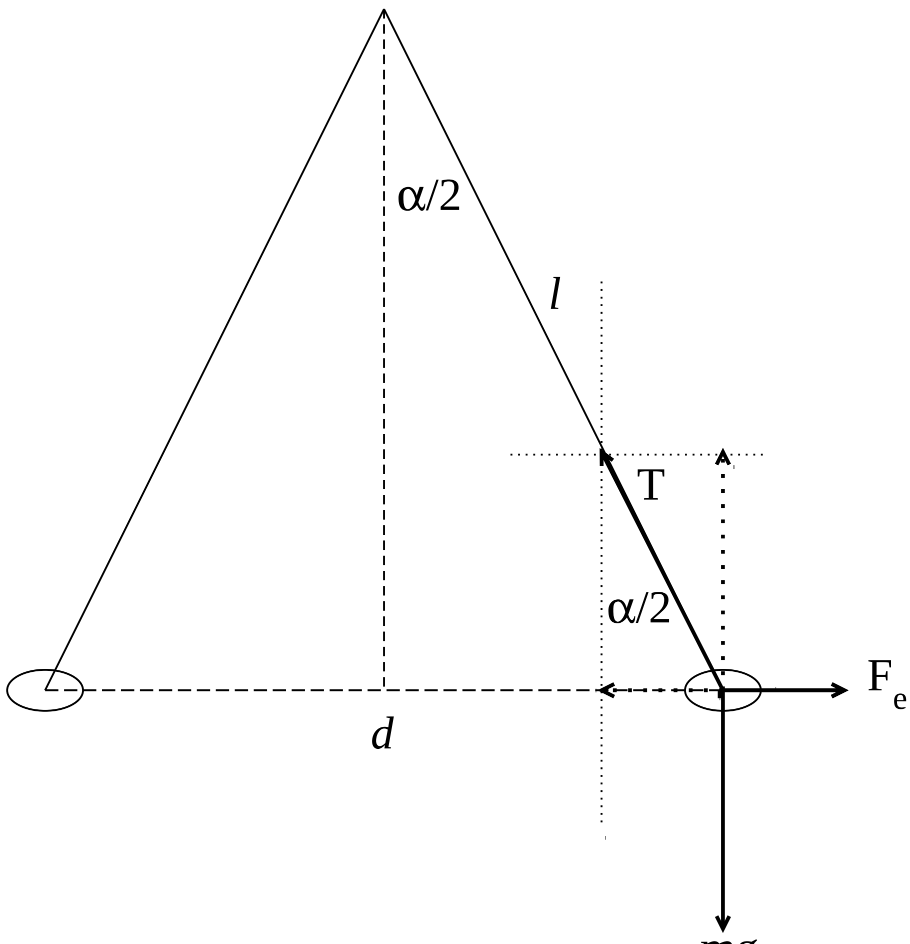
b)

$$p\ \lambda = h\ [\mathbf{0.2}]$$

$$E_c = \frac{1}{2}m_\alpha\ v_\alpha^2 \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_c}{m_\alpha}};\ [\mathbf{0.4}]$$

$$\lambda_\alpha = \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{m_\alpha 2E_c}} = 1.81\times10^{-14}m\ [\mathbf{0.4}]$$

P5)



a) **[0.2]**

$$T\cos(\alpha/2) \;=\; m\; g\;[\mathbf{0.4}] \Rightarrow T \;=\; \frac{m\; g}{\cos(\alpha/2)} \;=\; 1.01\times10^{-5}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.4}]$$

b)

$$d \;=\; 2\; l\;\sin(\alpha/2)\;[\mathbf{0.2}];\quad T\sin(\alpha/2) \;=\; F_e \;=\; \frac{K\; q^2}{d^2}\;[\mathbf{0.4}]$$

$$q \;=\; \sqrt{\frac{T\;\sin(\alpha/2)\; d^2}{K}} \;=\; \sqrt{\frac{4\; l^2\; T\;\sin^3(\alpha/2)}{K}} \;=\; \sqrt{\frac{4\; l^2\; m\; g\;\sin^3(\alpha/2)}{K\;\cos(\alpha/2)}} \;=\; 2.65\times10^{-10}\mathrm{C}\ [\mathbf{0.4}]$$