

Curs 1999-2000

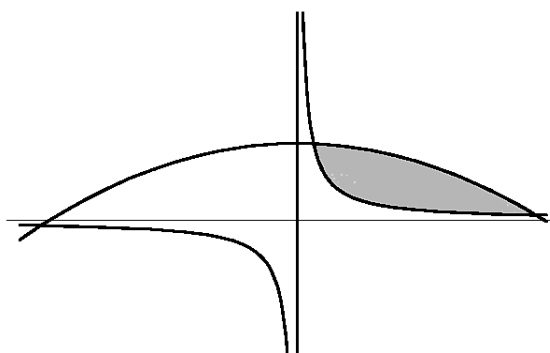
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. Calculeu els valors de a tals que les tangents a la gràfica de la funció $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = -1$ siguin perpendiculars entre si.

[2 punts]

2. Calculeu l'àrea que té l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions $y = -x^2 + 7$ i $y = \frac{6}{x}$ representat en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{array} \right\}$$

- a) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible.
b) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui.

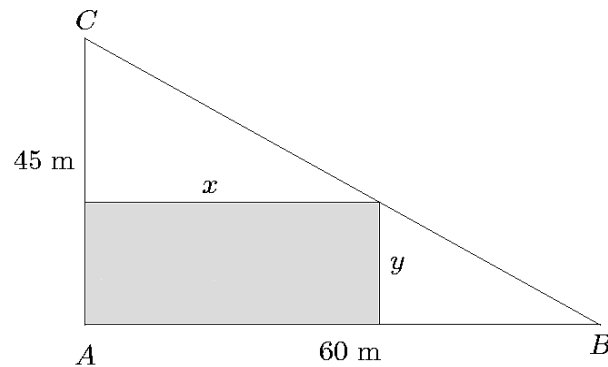
[2 punts]

4. El circ és a la ciutat i s'ha d'instal·lar. L'especialista a muntar-lo encara no ha arribat i els altres no saben la quantitat de cable d'acer que necessiten. El més espavilat recorda que, un cop tensat el cable des de l'extrem del pal principal fins a un punt determinat del terra amb el qual forma un angle de 60° , calen dos metres més de cable que si forma amb el terra un angle de 70° . En total han de posar sis cables tensats formant amb el terra un angle de 60° . Quants metres de cable necessiten?

[2 punts]

PROBLEMES

1. Un terreny té forma de triangle rectangle, els catets mesuren $AB = 60$ m i $AC = 45$ m. En aquest terreny es pot construir una casa de planta rectangular com indica la part ombrejada de la figura següent:



Voleu vendre aquest terreny i us paguen 5.000 pessetes per cada metre quadrat no edificable i 25.000 pessetes per cada metre quadrat edificable.

- Determineu la relació que hi ha entre l'amplada x i la profunditat y del rectangle que determina la part edificable.
- Determineu l'expressió que dóna el valor del terreny en funció de l'amplada x del rectangle edificable.
- Quines són les dimensions de la part edificable que ens permeten obtenir un valor màxim per a aquest terreny?
- Quin és aquest valor màxim?

[4 punts]

2. Donats el pla π d'equació $x + 2y + 3z - 1 = 0$, la recta r d'equacions
- $$\begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z + 4 \end{cases}$$
- i el punt $P = (2, 1, 1)$, calculeu:

- Unes equacions de la recta que passa per P i és perpendicular a π .
- L'equació del pla que passa per P i és perpendicular a la recta r .
- Unes equacions de la recta que passa per P i talla perpendicularment r .
- Unes equacions de la recta que passa per P , és paral·lela al pla π i tal que el seu vector director és perpendicular al de r .

[4 punts]

Curs 1999-2000

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. El polinomi $p(x) = x^2 + ax + b$ s'anul·la per a $x = 2$ i compleix $\int_0^2 p(x) dx = 4$.
Calculeu raonadament a i b . [2 punts]

2. Determineu els punts de la gràfica de $f(x) = x^4 + 5x$ on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents. [2 punts]

3. Se sap que el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{r} x + y - az = -2 \\ 2x + y - 8z = -1 \\ -x - 2y + 10z = 5 \end{array} \right\}$$

té més d'una solució.

Calculeu a i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema. [2 punts]

4. Els costats d'un triangle són de longituds 8 cm, 11 cm i 13 cm. Calculeu el valor del sinus de l'angle més petit. [2 punts]

PROBLEMES

1. Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2}{x + a}$, on a és un paràmetre.
- Calculeu a sabent que la recta $y = x + 2$ és una asímptota obliqua d'aquesta funció.
 - Prenent el valor de a obtingut en l'altre apartat, calculeu el domini, les interseccions de la gràfica amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius de la funció f . Feu una gràfica aproximada d'aquesta funció a partir de les dades que heu obtingut.

[4 punts]

2. Un quadrat de l'espai té tres dels seus vèrtexs consecutius situats en els punts de coordenades enteres $P = (3, -2, 4)$, $Q = (a, -1, a + 1)$ i $R = (2, -3, 0)$.
- Tenint en compte que els vectors \vec{QP} i \vec{QR} han de ser perpendiculars, calculeu el valor del nombre enter a .
 - Calculeu l'equació del pla que conté aquest quadrat.
 - Calculeu el quart vèrtex d'aquest quadrat.
 - Calculeu l'àrea d'aquest quadrat.

[4 punts]