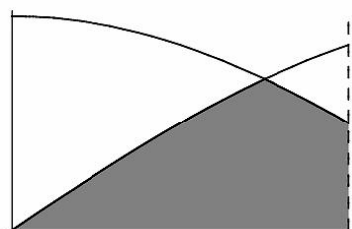


A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

### QÜESTIONS

1. a) Quin és l'angle  $x$  en radians ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ) tal que  $\sin(x) = \cos(x)$ ?
- b) Considereu les funcions  $f(x) = \sin(x)$  i  $g(x) = \cos(x)$ . Calculeu la superfície del recinte delimitat superiorment per les gràfiques d'aquestes funcions, inferiorment per l'eix d'abscisses i lateralment per les rectes verticals  $x = 0$  i  $x = \frac{\pi}{3}$  representat en l'esquema següent:



[2 punts]

2. La circumferència  $C$  passa pel punt  $A = (4, 0)$  i és tangent a la recta  $y = x$  en el punt  $B = (4, 4)$ .
- a) Determineu l'equació de la recta que passa per  $B$  i pel centre de la circumferència  $C$ .
- b) Trobeu el centre de  $C$  i calculeu el seu radi.

[2 punts]

3. Donats els punts de l'espai  $A = (2, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$  i  $C = (0, 0, 3)$ .
- a) Determineu l'equació del pla  $\pi$  que els conté.
- b) Calculeu l'equació de la recta  $r$  perpendicular al pla  $\pi$  i que passa per l'origen.

[2 punts]

4. Els tres costats d'un triangle mesuren 3 cm, 4 cm i 5 cm. Calculeu els seus angles i la seva àrea.

[2 punts]

## PROBLEMES

1. Hem de fer un mapa d'una certa zona geogràfica.  $A$ ,  $B$  i  $C$  són els cims de tres muntanyes de la mateixa alçària, de manera que les posicions de  $A$  i  $B$  són ben conegudes i ja estan representades en el mapa, mentre que la posició de  $C$  s'ha de determinar. Pugem a dalt del cim  $A$  i mesurem l'angle entre la línia  $A - B$  i la línia  $A - C$ , que és de  $68^\circ$ . Pugem a dalt del cim  $B$  i aquí mesurem l'angle entre les línies  $B - C$  i  $B - A$ , que resulta ser de  $35^\circ$ . En el mapa que tenim, la distància sobre el paper entre  $A$  i  $B$  és de 3 cm.
- Feu un diagrama de la situació i determineu quin angle formen en  $C$  les línies  $C - A$  i  $C - B$ .
  - Quines seran, sobre el mapa, les distàncies entre  $A$  i  $C$  i entre  $B$  i  $C$ ?
  - Si el mapa és a escala 1:50000, calculeu la distància real entre els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$ .

[4 punts]

2. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$

- Determineu les seves asímptotes.
- Calculeu els intervals on creix i on decreix, i els extrems relatius.
- D'acord amb els resultats que heu obtingut, dibuixeu aproximadament la seva gràfica.
- Fixant-vos en la gràfica anterior, expliqueu quina seria la gràfica de la funció  $g(x) = -f(x) + 3$  (feu-ne un esquema). En quins punts té màxims la funció  $g(x)$ ?

[4 punts]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

### QÜESTIONS

1. Per a cada valor del paràmetre  $a \in \mathbf{R}$ , considereu la funció

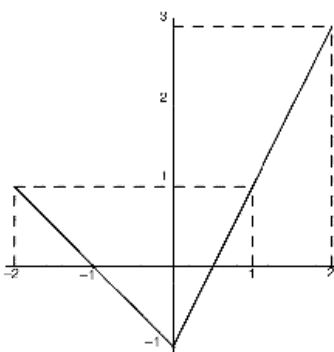
$$f(x) = x + \frac{3 - a}{x}$$

(definida per a tots els valors de  $x$  diferents de 0).

- Determineu per a cada valor del paràmetre  $a$ , els extrems relatius que té la funció  $f(x)$ .
- Per a quins valors del paràmetre  $a$  la funció  $f(x)$  és sempre creixent?

[2 punts]

2. Teniu una funció  $f(x)$  definida per a  $x \in (-2, 2)$ , sabeu que el gràfic de  $f'(x)$  és de la forma



(on  $f'(-1) = 0$ ,  $f'(0) = -1$ ,  $f'(1) = 1$ ) i que  $f(0) = 2$ .

Dibuixeu un gràfic aproximat de  $f(x)$  indicant en quins punts hi ha extrems relatius.

[2 punts]

3. Considereu en el pla els punts  $P = (1, -1)$  i  $Q = (3, 5)$  i la recta  $r$  d'equació  $x + y + 2 = 0$ . Calculeu l'equació de la circumferència que passa per  $P$  i  $Q$  i que té el centre a  $r$ .

[2 punts]

4. Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció  $f(x) = xe^x$  per a  $x \geq 0$ , l'eix d'abscisses i la recta vertical  $x = 1$ .

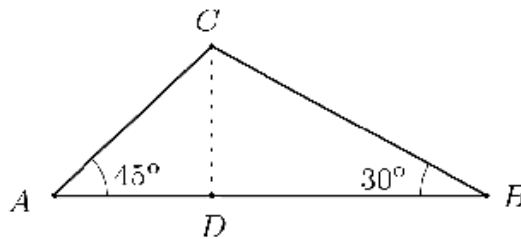
[2 punts]

## PROBLEMES

1. Considereu a l'espai la recta  $r$  d'equacions  $\frac{x - 2}{2} = \frac{y + 3}{-3} = \frac{z + 1}{-1}$  i la recta  $s$  d'equacions  $\frac{x + 4}{-2} = \frac{y - 1}{3} = \frac{z + 4}{1}$
- Determineu el punt de tall de la recta  $r$  amb el pla  $z = 0$ .
  - Comproveu que les rectes  $r$  i  $s$  són paral·leles i calculeu la distància entre elles.
  - Quina és l'equació del pla que conté les dues rectes?
  - Calculeu la distància del pla anterior a l'origen de coordenades.

[4 punts]

2. L'àrea del triangle de vèrtexs  $A$ ,  $B$  i  $C$  és de  $50 \text{ m}^2$ . L'angle en  $A$  d'aquest triangle és de  $45^\circ$  i l'angle en  $B$  és de  $30^\circ$ . Sigui  $D$  el peu de l'altura des del vèrtex  $C$ , és a dir, el punt del segment  $AB$  tal que  $CD$  és perpendicular a  $AB$ .



Calculeu la longitud dels segments  $CD$ ,  $AD$ ,  $BD$ ,  $AB$ ,  $BC$  i  $AC$ .

[4 punts]