

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Determineu per a quins valors del paràmetre a el pla $\pi : ax + 2y + z = a$ és paral·lel a la recta r :
$$\begin{cases} x - ay + z = 1 \\ ax + z = a + 1 \end{cases}$$

[2 punts]

2. Siguin A , B i C els tres vèrtexs d'un triangle equilàter de costat 3 cm i P el punt del costat AB que és a 1 cm del vèrtex A . Quina és la longitud del segment CP ?

[2 punts]

3. Considereu la funció definida per

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

on a és un nombre real.

- a) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ i comproveu que $f(x)$ és contínua en $x = 0$.
b) Per a quin valor del paràmetre a la funció $f(x)$ és derivable en $x = 0$?

[2 punts]

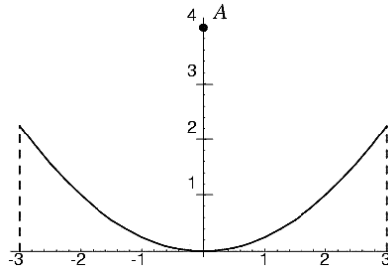
4. Sabeu que la gràfica de la funció $f(x)$ passa pel punt $(1, -4)$ i que la seva funció derivada és $f'(x) = 2x - 2$.

- a) Determineu l'expressió de $f(x)$.
b) Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de $f(x)$ i l'eix d'abscisses OX .

[2 punts]

PROBLEMES

1. La riba d'un tram de riu descriu la corba $y = \frac{1}{4}x^2$, per a x entre -3 i 3 , i en el punt $A = (0, 4)$ hi ha un poble, tal com es pot veure en l'esquema següent:



- a) Expresseu la distància des d'un punt qualsevol d'aquesta vora del riu fins al poble, en funció de l'abscissa x .
- b) Quin és el punt de la vora d'aquest tram de riu que és més lluny del poble?
- c) Hi ha algun punt de la vora del riu a una distància del poble inferior a 2?

[4 punts]

2. Sigui π el pla d'equació $x - y + 2z = 3$ i P el punt $(1, 1, 0)$.

- a) Calculeu la distància d de P a π .
- b) Determineu l'equació de l'altre pla π' paral·lel a π que també dista d del punt P .
- c) Determineu l'equació de la recta r perpendicular a π que passa per P .
- d) Calculeu la intersecció de la recta r amb el pla π .

[4 punts]