

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

### QÜESTIONS

1. Calculeu la primitiva de la funció  $f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$  que s'anul·la en el punt d'abscissa  $x = 2$ . [2 punts]
2. Determineu el valor que ha de tenir  $k$  perquè la funció  $f(x) = \frac{2x^2 - 3kx + 5}{x - 2}$  tingui límit quan  $x$  tendeix a 2 (és a dir, existeixi  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ) i calculeu el valor que tindrà aquest límit. [2 punts]
3. Considereu els plans d'equacions:  
 $\pi_1: x + 2y - z = 3$  i  $\pi_2: ax + (a - 2)y + 2z = 4$ .
  - a) Hi ha algun valor del paràmetre  $a$  per al qual la intersecció dels plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$  no és una recta?
  - b) Calculeu un vector director de la recta que s'obté quan es fa la intersecció de  $\pi_1$  i  $\pi_2$  per al valor del paràmetre  $a = 0$ . [2 punts]
4. Considereu la recta  $r$  d'equacions:  $x - 1 = \frac{y - 5}{-3} = \frac{z - 7}{-4}$ . Calculeu els punts d'aquesta recta situats a una distància 3 del punt  $A = (1, 0, 1)$ . [2 punts]



## PROBLEMES

1. S'ha de construir un gran dipòsit cilíndric de  $81\pi \text{ m}^3$  de volum. La superfície lateral ha de ser construïda amb un material que costa 30 € el  $\text{m}^2$  i les dues bases amb un material que costa 45 € el  $\text{m}^2$ .
  - a) Determineu la relació que hi haurà entre el radi  $r$  de les bases circulars i l'altura  $h$  del cilindre, i doneu el cost  $C(r)$  del material necessari per construir aquest dipòsit en funció de  $r$ .
  - b) Quines dimensions (radi i altura) ha de tenir el dipòsit perquè el cost del material necessari per construir-lo sigui el mínim possible?
  - c) Quin serà, en aquest cas, el cost del material?

[2 punts l'apartat a) i 1 els altres dos]

2. D'un paral·lelogram sabem que el costat més llarg mesura 20 cm, que la seva àrea és de  $120 \text{ cm}^2$  i que l'angle més petit val  $30^\circ$ .

Determineu:

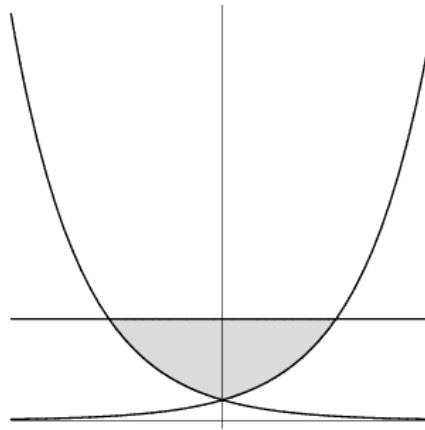
- a) El valor de l'altre angle del paral·lelogram (el més gran).
- b) La longitud del costat petit.
- c) El que mesura la diagonal més llarga.

[2 punts l'apartat b) i 1 els altres dos]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Calculeu l'àrea compresa entre les gràfiques de les corbes  $y = e^{2x}$  i  $y = e^{-2x}$  i la recta  $y = 5$  representada en l'esquema següent:



[2 punts]

2. Sabent que la funció  $y = (x + a)(x^2 - 4)$ , on  $a$  és un nombre real, té un màxim i un mínim relatiu, i que el màxim relatiu s'assoleix en el punt  $x = -\frac{1}{3}$ , trobeu l'abscissa del mínim relatiu.

[2 punts]

3. Sigui  $f(x) = \frac{mx - 2}{x - 1}$ , on  $m$  és un paràmetre.

a) Determineu per a cada valor del paràmetre  $m$  el valor del límit  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  (si existeix).

b) Per a quins valors de  $m$  la derivada  $f'(x)$  de la funció  $f(x)$  és positiva per a tot  $x$ ?

[2 punts]

4. Calculeu l'angle que forma el pla  $x - 2y + z = 1$  amb la recta determinada per les

$$\text{equacions } \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$$

[2 punts]



## PROBLEMES

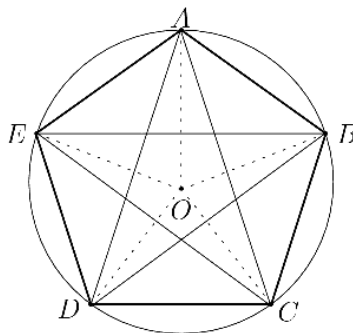
1. Considereu les rectes  $r$  i  $s$  amb les equacions següents:

$$r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} y + \frac{1}{3} = 0 \\ x - 2z - \frac{3}{3} = 0 \end{cases}$$

- a) Calculeu, de cada una de les rectes, un punt i un vector director.
- b) Determineu si existeix cada un dels objectes següents i en cas afirmatiu calculeu la seva equació:
  - i) El pla paral·lel a la recta  $s$  que conté la recta  $r$ .
  - ii) El pla perpendicular a la recta  $s$  que conté la recta  $r$ .
  - iii) La recta perpendicular a les rectes  $r$  i  $s$  que passa per  $(0, 0, 0)$ .

[4 punts]

2. Sobre una circumferència de radi 1 m i centre en el punt  $O$  considerem els cinc vèrtexs  $A, B, C, D, E$  d'un pentàgon regular (és a dir, amb els cinc costats de la mateixa longitud) com el del dibuix següent:



(on hem dibuixat també els *costats*  $AB, BC, CD$  i  $DE$ ; les *diagonals*  $AC, BD, CE, DA$  i  $EB$ ; i els radis que acaben en cada un dels vèrtexs  $OA, OB, OC, OD$  i  $OE$ ).

Calculeu:

- a) L'angle que formen el radi que acaba en el vèrtex  $A$  amb el costat  $AB$  i l'angle que formen en el vèrtex  $A$  els dos costats que el tenen com a extrem (és a dir, l'angle  $A$  entre els costats  $EA$  i  $AB$ ).
- b) La longitud de cada un dels costats del pentàgon.
- c) La longitud de qualsevol de les diagonals (per exemple la  $EB$ ).
- b) L'àrea del triangle  $EAB$ .

[4 punts]