

Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Calculeu el valor positiu de a que fa que l'àrea compresa entre la recta d'equació $y = ax + 2a$ i la paràbola $y = ax^2$ valgui 18. [2 punts]

2. Se sap que la derivada d'una funció $f(x)$ és:

$$f'(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 1}$$

Calculeu les abscisses dels punts on la funció $f(x)$ té els seus extrems relatius, especificant per a cada un dels valors que obtingueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim relatiu. [2 punts]

3. Comproveu que la recta que passa pels punts $A = (4, 0, 0)$ i $B = (0, 2, 2)$ és paral·lela al pla d'equació $x - 3y + 5z = 2$, i calculeu la distància entre la recta i el pla. [2 punts]

4. Les agulles d'un rellotge de paret fan 10 i 12 centímetres, respectivament.

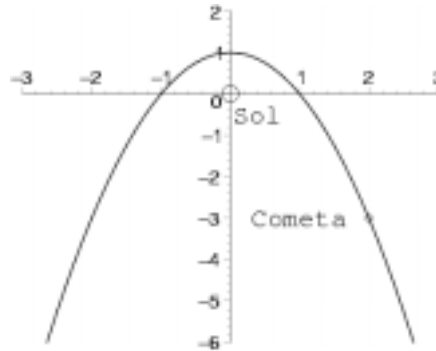
- a) Quina és la distància entre els seus extrems quan el rellotge assenyalava les quatre?
b) Quina és la superfície del triangle que determinen a aquesta hora?

[2 punts]



PROBLEMES

1. Suposem que el Sol es troba a l'origen d'un sistema de coordenades i que un cometa segueix una trajectòria donada per la paràbola $y = 1 - x^2$, tal com es veu a la figura següent:

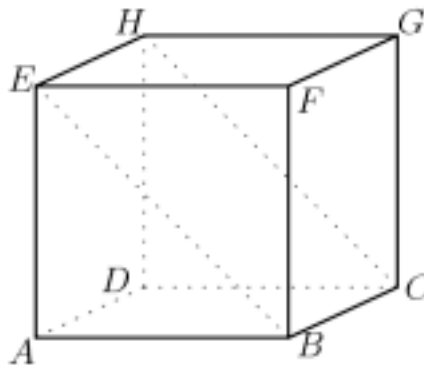


- Quin és el punt en què el cometa es troba més proper al Sol?
- Quant val en aquest cas la distància del Sol al cometa?
- Hi ha algun punt en què el cometa es trobi a la màxima distància del Sol?
- Hi ha algun punt en què la distància entre el Sol i el cometa sigui un màxim local o relatiu?

Nota: Teniu present que la distància entre dos punts és màxima o mínima quan el quadrat de la distància és màxim o mínim.

[4 punts]

2. Considerem el cub de vèrtexs A, B, C, D, E, F, G, H que té l'aresta de longitud 4 dm.



- Determineu l'equació del pla inclinat $EHBC$ si prenem com a origen de coordenades el vèrtex D i com a eixos de coordenades DA, DC i DH en aquest ordre, tenint en compte que el sentit positiu de cada un d'ells és el que sortint de l'origen D va cap a A, C i H , respectivament.
- Calculeu les equacions de les diagonals CE i AG i utilitzeu-les per calcular les coordenades del seu punt d'intersecció.

[4 punts]