

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Calculeu les equacions de les dues rectes del pla que passen pel punt $P = (1, -1)$ i que són tangents a la corba d'equació $y = (x - 1)^2$.

[2 punts]

2. Calculeu

$$\int_1^e \frac{2 \ln^3(x)}{x} dx$$

[2 punts]

3. Considereu el punt $P = (5, -2, 9)$ i la recta $r: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{6}$

a) Calculeu l'equació de la recta s que talla perpendicularment r i que passa per P .

b) Calculeu el punt de tall T entre les rectes r i s .

[2 punts]

4. Per a quin o quins valors del paràmetre real λ el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + (\lambda + 2)z = 0 \\ x + (2\lambda)y + 3z = 9 \\ 2x - z = 4 \end{array} \right\}$$

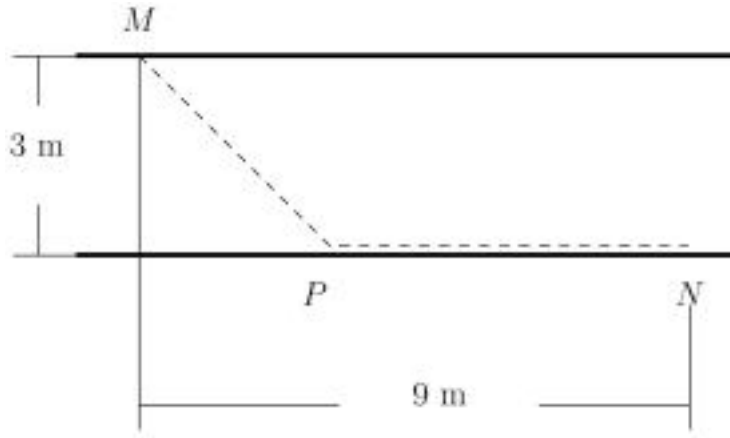
és compatible i indeterminat?

[2 punts]



PROBLEMES

1. Volem unir el punt M situat en un costat d'un carrer de 3 m d'amplada amb el punt N situat a l'altre costat i 9 m més avall mitjançant dos cables rectes, un des de M fins a un punt P situat a l'altre costat del carrer i un altre des de P fins a N seguint el mateix costat del carrer, segons l'esquema següent:



El cost de la instal·lació del cable MP és de 12 € per metre i del cable PN de 6 € per metre.

Quin punt P haurem d'escollir de manera que la connexió de M amb N sigui tan econòmica com sigui possible? Quin serà aquest cost mínim?

[4 punts]

2. D'un triangle sabem que la suma de les longituds de dos costats a i b és d'11 m, que l'angle C oposat al tercer costat val 30° i que l'àrea és de 7 m^2 . Calculeu

a) La longitud de cada un dels costats del triangle.

b) Els angles del triangle.

[4 punts]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

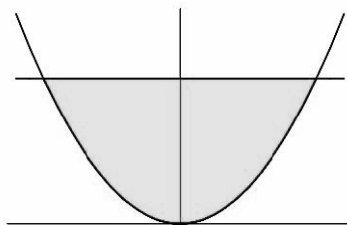
1. Determineu quin és el punt de la gràfica de $y = \sqrt{x}$ (és a dir, de la forma (x, \sqrt{x})), que és més a prop del punt $P = (4, 0)$. [2 punts]

2. Determineu l'equació del pla que conté a la recta

$$x - 1 = \frac{y}{2} = z + 1$$

i passa per l'origen de coordenades. [2 punts]

3. Considerem la regió S del pla limitada per la paràbola $y = 3x^2$ i la recta $y = 3$ representada en l'esquema següent:



Siguin A i B els punts d'intersecció de la recta i la paràbola, i T el triangle que té per vèrtexs A , B i l'origen de coordenades $(0, 0)$. Calculeu l'àrea de la regió que resulta quan es treu el triangle T a la regió S . [2 punts]

4. Considereu el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} ax + y + z &= a + 1 \\ 2x - y + az &= a + 2 \\ x - y + z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

on a és un paràmetre.

Si $x = 1, y = -1, z = 2$ és una solució, quin és el valor del paràmetre a ? [2 punts]



PROBLEMES

1. a) Determineu el valor del paràmetre a que fa que la funció

$$f(x) = \frac{x + a}{x^3}$$

presenti un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 3$.

- b) Per a aquest valor del paràmetre a , calculeu els intervals de creixement i decreixement, i les asímptotes de la funció.
- c) A partir de les dades que heu obtingut, feu una gràfica aproximada d'aquesta funció.

[4 punts]

2. Al terrat d'un edifici hi ha instal·lada una antena de telefonia mòbil. Des d'un punt P del carrer, l'angle entre l'horitzontal i la línia que va de P cap a l'extrem superior de l'antena és de 34° . Ens apropem fins a un punt Q que és 15 metres més a prop de l'edifici i ara l'angle entre l'horitzontal i la línia que apunta cap a l'extrem superior de l'antena és de 42° , mentre que l'angle entre l'horitzontal i la línia que apunta cap a l'extrem inferior de la mateixa antena és de 35° .

- a) Feu un esquema de la situació marcant molt clarament quins són els angles que es donen a l'enunciat.
- b) Calculeu les distàncies de Q als dos extrems de l'antena.
- c) Calculeu l'altura de l'antena i l'altura de l'edifici.

[4 punts]