

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

### QÜESTIONS

1. Donades les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , on  $a$  i  $b$  són nombres reals, trobeu els valors de  $a$  i  $b$  que fan que les dues matrius commutin, és a dir, que fan que es compleixi  $A \cdot B = B \cdot A$ .

[2 punts]

2. Donada la funció  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5x^2 - 4}}$ :

- a) Calculeu la integral
- b) Trobeu la primitiva  $F$  de  $f$  que compleixi  $F(1) = 1$ .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Trobeu els màxims i mínims relatius de la funció  $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$ .

[2 punts]

4. Sigui la paràbola  $y = 2x^2 + x + 1$  i sigui  $A$  el punt de la paràbola d'abscissa 0.

- a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt  $A$ .
- b) En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]



## PROBLEMES

5. De tres nombres,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , sabem el següent: que el primer més el segon sumen 0; que el primer més el tercer sumen 1; que la suma de tots tres és 0 i, per acabar, que el primer multiplicat per un nombre  $k$  més el doble de la suma del segon i del tercer dóna 1.
- a) Què podeu dir del valor de  $k$ ?
- b) Quant valen els tres nombres?

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

6. Una piràmide de base quadrada té el vèrtex en el pla d'equació  $z = 3$ . Tres dels vèrtexs de la base són els punts del pla  $OXY$ :  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (1, 1, 0)$  i  $C = (0, 1, 0)$ .
- a) Feu un gràfic dels elements del problema. Quines són les coordenades del quart vèrtex de la base,  $D$ ?
- b) Quin és el volum de la piràmide?  $\left[ \text{Volum} = \frac{\text{àrea base} \times \text{altura}}{3} \right]$
- c) Si el vèrtex de la piràmide és el punt  $V = (a, b, 3)$ , quina és l'equació de la recta que conté l'altura sobre la base?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema següent en funció del paràmetre real  $a$ :

$$\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 3. \end{cases}$$

- a) Discussiu-lo en funció del paràmetre  $a$ .  
b) Resoleu els casos compatibles.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2. La matriu següent expressa els preus unitaris, en euros, de quatre articles,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$ , procedents de les fàbriques  $f_1$ ,  $f_2$  i  $f_3$ :

$$P = \begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}$$

Si una comanda és representada per un vector fila  $C = (x \ y \ z \ t)$ , què representa cadascun dels elements del resultat del producte  $C \cdot P$ ? Si volem comprar 25 unitats de  $A$ , 30 de  $B$ , 60 de  $C$  i 75 de  $D$ , quina de les fàbriques ens ofereix el millor preu?

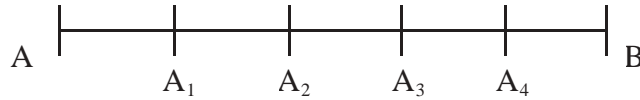
[2 punts]

3. Trobeu la distància entre la recta  $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$  i el pla  $\pi: 3x + 4y + 7 = 0$ .

[2 punts]



4. Un segment d'origen en el punt  $A = (-1, 4, -2)$  i extrem en el punt  $B$  està dividit en cinc parts iguals mitjançant els punts de divisió  $A_1, A_2, A_3$  i  $A_4$  (vegeu la figura). Si sabem que  $A_2 = (1, 0, 2)$ , quines són les coordenades de  $B$ ?



[2 punts]

### PROBLEMES

5. La recta tangent a la paràbola  $y = 3 - x^2$  en un punt  $M$  situat dins del primer quadrant ( $x > 0, y > 0$ ), talla l'eix  $OX$  en el punt  $A$  i l'eix  $OY$  en el punt  $B$ .
- Feu un gràfic dels elements del problema.
  - Trobeu les coordenades del punt  $M$  que fan que el triangle  $OAB$  tingui l'àrea mínima.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 3 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la funció  $f(x) = 4x - x^2$ .
- Calculeu l'equació de les rectes tangents a la gràfica de  $f$  en els punts d'abscisses  $x = 0$  i  $x = 4$ .
  - Feu un gràfic dels elements del problema.
  - Calculeu l'àrea compresa entre la gràfica de  $f$  i les rectes tangents que heu trobat a l'apartat a).

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]