



Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

Matemàtiques

Sèrie 1

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

QÜESTIONS

1. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & -b \end{pmatrix}$. Calculeu el valor dels paràmetres a i b perquè

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

[2 punts]

2. Considereu en l'espai \mathbb{R}^3 les rectes r i s , les equacions respectives de les quals són:

$$r: (x, y, z) = (4, 1, 0) + \lambda(m, 1, 1), \quad s: \begin{cases} x + 2y + mz = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases},$$

en què m és un paràmetre real. Estudieu si hi ha cap valor d'aquest paràmetre per al qual les rectes siguin perpendiculars i es tallin.

[2 punts]

3. Sigui $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1$. Donades les rectes $r_1: y = x + 2$ i $r_2: y = 7x - 2$:
- a) Expliqueu, raonadament, si alguna de les dues rectes pot ser tangent a la corba $y = f(x)$ en algun punt.
- b) En cas que alguna d'elles ho sigui, trobeu el punt de tangència.

[1 punt per cada apartat]

4. Donats els vectors $\vec{v}_1 = (a + 1, 2a, 1)$, $\vec{v}_2 = (-2, a, 2a)$ i $\vec{v}_3 = (a, -2, 4a - 2)$ de \mathbb{R}^3 :
- Calculeu l'angle que formen \vec{v}_1 i \vec{v}_2 quan $a = 0$.
 - Trobeu el valor del paràmetre a perquè els vectors \vec{v}_1 , \vec{v}_2 i \vec{v}_3 siguin perpendiculars dos a dos.
- [1 punt per cada apartat]

PROBLEMES

5. Considereu la funció real de variable real $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$.
- Trobeu-ne el domini.
 - Calculeu l'equació de les seves asímptotes, si en té.
 - Estudieu-ne els intervals de creixement i de decreixement, així com les abscisses dels seus extrems relatius, si en té, i classifiqueu-los.
- [0,5 punts per l'apartat a; 1,5 punts per l'apartat b; 2 punts per l'apartat c]

6. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 5y + z + a = 0 \\ (a - 2)z + x + 2y - 1 = 0 \\ (a - 1)y + (1 - a)x + z + a + 2 = 0 \end{array} \right\}$$

- Expliqueu, raonadament, si es tracta d'un sistema lineal homogeni.
 - Construiu-ne la matriu de coeficients i la matriu ampliada.
 - Trobeu els valors del paràmetre a per als quals el sistema no és compatible determinat, i estudieu el caràcter del sistema en cada un d'aquests casos.
 - Resoleu-lo solament quan el conjunt de les seves solucions és una recta de \mathbb{R}^3 .
- [0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 2 punts per l'apartat c; 1 punt per l'apartat d]

