



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

### Matemàtiques

#### Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Determineu el rang de la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$  en funció del paràmetre  $k$ .  
[2 punts]

2. Sigui  $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$ , en què  $a \neq 0$ .

**a)** Determineu si té alguna asímptota vertical, en funció del paràmetre  $b$ .

**b)** Indiqueu el valor dels paràmetres  $a$  i  $b$  perquè la funció  $f(x)$  tingui la recta  $y = 2x - 4$  com a asímptota obliqua a  $+\infty$ .

[1 punt per cada apartat]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left. \begin{aligned} x + y - 3z &= 2 \\ 2x + ay - 5z &= 2a + 3 \\ 2x - 3y + (a - 2)z &= 9 \end{aligned} \right\}$$

**a)** Calculeu el valor o els valors del paràmetre  $a$  per al qual o per als quals el sistema és compatible indeterminat.

**b)** Quantes solucions té aquest sistema quan  $a = -3$ ?

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

4. Una fàbrica produeix diàriament  $x$  tones d'un producte  $A$  i  $(40 - 5x)/(10 - x)$  tones d'un producte  $B$ . La quantitat màxima de producte  $A$  que es pot produir és 8 tones. El preu de venda del producte  $A$  és 100€ per tona i el del producte  $B$  és 250€ per tona.
- a)** Construïu la funció de la variable  $x$  que ens proporciona els ingressos diaris, suposant que es ven tota la producció.
- b)** Calculeu quantes tones de cada producte s'han de produir diàriament per a obtenir el màxim d'ingressos, i comproveu que és realment un màxim relatiu.
- [0,5 punts per l'apartat *a*; 1,5 punts per l'apartat *b*]

5. Considereu les rectes de l'espai següents:

$$r: \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z-1}{-1}, \quad s: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$$

- a)** Comproveu que són secants.
- b)** Calculeu l'equació contínua de la recta que les talla i que és perpendicular a totes dues.

[1 punt per cada apartat]

6. Donades la recta  $y = ax + 1$  i la paràbola  $y = 3x - x^2$ ,
- a)** Calculeu els valors del paràmetre  $a$  perquè siguin tangents.
- b)** Calculeu els punts de tangència.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

