

## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 5

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Siguin  $r$  i  $s$  les rectes de  $\mathbb{R}^3$  que tenen les equacions següents:

$$r: x + 5 = y - 5 = \frac{z - 3}{2} \quad \text{i} \quad s: \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z + 1}{-1}.$$

- a) Estudieu el parallelisme i la perpendicularitat entre les rectes  $r$  i  $s$ .

[1 punt]

- b) Trobeu l'equació general (és a dir, que té la forma  $Ax + By + Cz = D$ ) del pla  $\pi$  que conté la recta  $r$  i és paral·lel a la recta  $s$ . Calculeu la distància entre la recta  $s$  i el pla  $\pi$  obtingut.

[1 punt]

2. Siguin les funcions  $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$  i  $g(x) = +\sqrt{3x + 4}$ .

- a) Determineu el domini i el recorregut de la funció  $g$ .

[1 punt]

- b) Calculeu per a quins valors de  $a$  i de  $b$  les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

[1 punt]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals  $\begin{cases} mx - y = m \\ 3x + (m - 4)y = m + 2 \end{cases}$ , per a  $m \in \mathbb{R}$ .

- a) Discuti el sistema d'equacions per als diferents valors del paràmetre  $m$ .

[1 punt]

- b) Resoleu el sistema en aquells casos en què el sistema sigui compatible.

[1 punt]

4. Sabem que una funció  $f$  té per derivada la funció  $f'(x) = (3x - 2)^2 (x - 2)$ .
- a) Calculeu els valors de  $x$  en què la funció  $f$  té un màxim relatiu, un mínim relatiu o un punt d'inflexió, i indiqueu en cada cas de què es tracta.  
[1 punt]
- b) Determineu la funció  $f$  sabent que s'anulla en el punt d'abscissa  $x = 2$ .  
[1 punt]

5. Donats els vectors  $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$ ,  $\mathbf{v} = (-1, 3, 4)$  i  $\mathbf{w} = (0, 3a - 1, 4a)$ ,
- a) Calculeu els valors del paràmetre  $a$  perquè els vectors  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{w}$  siguin linealment dependents.  
[1 punt]
- b) Calculeu els valors del paràmetre  $a$  perquè un tetraedre d'arestes  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$  i  $\mathbf{w}$  tingui un volum de  $2/3$  d'unitats cúbiques.  
[1 punt]

6. Considereu l'equació matricial  $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$ , en què

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a & -3 & a-1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

- a) Per a quins valors del paràmetre  $a$  l'equació matricial té una solució única?  
[1 punt]
- b) Trobeu la matriu  $\mathbf{X}$  que satisfà l'equació matricial quan  $a = 3$ .  
[1 punt]

