

SÈRIE 4

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Hi haurà molts casos concrets, doncs, en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaler sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

1. Abonats 4 milions resten per pagar 8 milions. A un interès compost de l'11% , en tres anys es converteixen en

$$8 \cdot (1,11)^3 = 10.941.048 \text{ ptes.} \quad [2 \text{ punts}]$$

2. Perquè la funció tingui un extrem relatiu, cal que la derivada $f'(x) = 2ax + b$ sigui nul·la per $x = 2$. A més, la funció ha de passar pel punt $(2,1)$. Imposant les dues condicions resulta el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = 8 \end{array} \right\}$$

que té per solució a $a = -2$, $b = 8$. La derivada segona és

$$f''(x) = 2a = -4 < 0,$$

i, per tant, es tracta d'un màxim.

[2 punts]

Nota pels correctors: S'acceptarà igualment un raonament qualitatiu per la discussió de si és màxim o mínim.

3. Recta paral·lela: $6(x-4) - 15(y-1) = 0$, o sigui $2x - 5y - 3 = 0$.

Recta perpendicular: $15(x-4) + 6(y-1) = 0$, o sigui $5x + 2y - 22 = 0$.

Nota pels correctors: Puntueu 1 punt per les rectes i un punt per la gràfica.

[2 punts]

4. Ha de tenir rang 2. Alternativament, una altra resposta correcta és que ha de ser compatible determinat. Per construir-ne un, donem dues equacions linealment independents, i afegim una tercera equació que sigui combinació lineal de les dues anteriors amb coeficients no nuls.

Si volem que el punt sigui $(2,1)$, posem dues equacions que passin per $(2,1)$ no coincidents, com ara

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\2x - y &= 5\end{aligned}$$

i prenem la tercera com a combinació lineal de les dues:

$$(x + y - 1) + 2(2x - y - 5) = 0$$

Nota pels correctors: Accepteu com a vàlid qualsevol sistema de tres equacions lineals amb dues incògnites de rang 2. El punt on es tallen serà la solució del sistema, que ha de ser compatible i determinat. Comproveu la correcció del raonament i de les respostes [2 punts]

Problemes

1. a) $x = 1.200 - 12p$. [0,5 punts]
- b) $C(p) = 13.250 - 120p$. [0,5 punts]
- c) $I(p) = x \cdot p = -12p^2 + 1.200p$. [0,5 punts]
- d) $B(p) = I(p) - C(p) = -12p^2 + 1.320p - 13.250$. [0,5 punts]
- e) Perquè el benefici sigui màxim cal que la derivada s'anul.li:

$$B' = -24p + 1.320$$

Per $B' = 0$ el preu és $p = 55$ milers de ptes.

El benefici corresponent és $B(55) = 23.050$ milers de ptes i el nombre d'unitats venudes és

$x(55) = 540$ unitats. [2 punts]

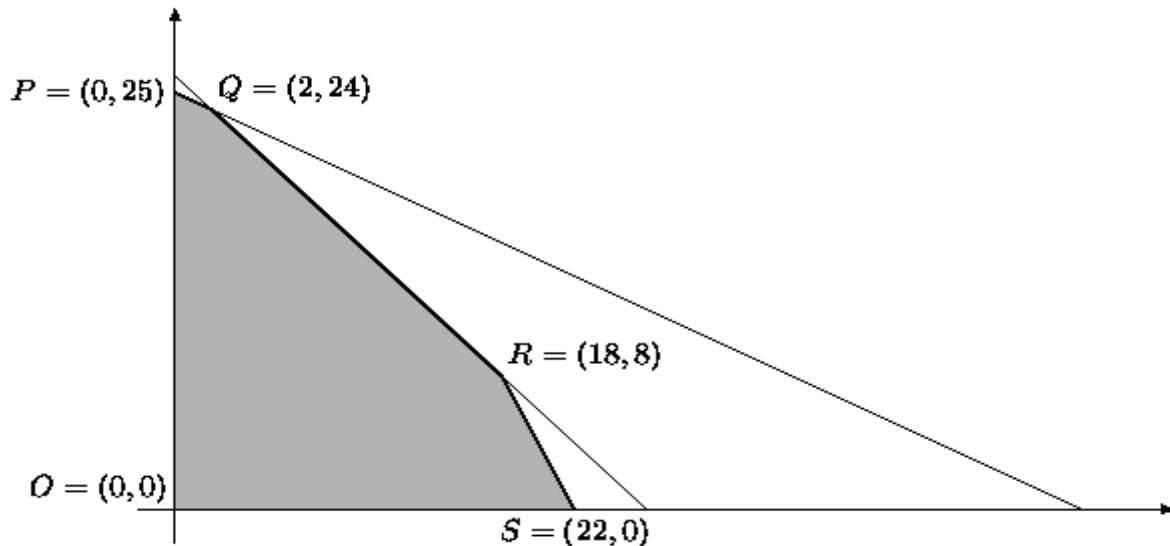
2. Fabricant x dotzenes de pastissos de tipus A i y de tipus B el benefici és:

$$g(x, y) = 20x + 30y.$$

Distribuïm les dades en la taula següent:

| | A | B | Límit | Restricció |
|---------|-----|-----|-------|---------------------------------------|
| Farina | 3 | 6 | 150 | $3x + 6y \leq 150$; $x + 2y \leq 50$ |
| Sucre | 1 | 0,5 | 22 | $x + 0,5y \leq 22$; $2x + y \leq 44$ |
| Mantega | 1 | 1 | 26 | $x + y \leq 26$ |

A més cal considerar les restriccions $x \geq 0$, $y \geq 0$. Representem les rectes, la regió factible i calculem els punts d'intersecció Q i R :



Per trobar els vèrtexs Q i R , els sistemes són:

$$\left. \begin{array}{l} x+2y = 50 \\ x+y = 26 \end{array} \right\} Q=(2,24); \quad \left. \begin{array}{l} x+y = 26 \\ 2x+y = 44 \end{array} \right\} R=(18,8);$$

Els valors de $g(x, y)$ en els vèrtex són:

| | $O=(0,0)$ | $P=(0,25)$ | $Q=(2,24)$ | $R=(18,8)$ | $S=(22,0)$ |
|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| $g(x, y)$ | 0 | 750 | 760 | 600 | 440 |

Per tant, el màxim guany s'obté a $Q=(2,24)$, és a dir fabricant 2 dotzenes de tipus A i 24 dotzenes de tipus B .

Nota pels correctors: Puntueu 2 punts pel plantejament de les inequacions, 1 punt pel dibuix de la regió factible i la determinació dels vèrtexs, i 1 punt per la determinació dels valors de x i y . Cal que tingueu en compte que aquest problema és un xic difícil. Puntueu amb benevolència si hi ha raonaments correctes, encara que no s'arribi al resultat final correcte.

[4 punts]