

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts.

QÜESTIONS

1. Resoleu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

Puntuació: eliminació 1 punt; solució correcta 1 punt. Total: 2 punts.

2. a) Determineu la regió solució del sistema i el seu vèrtex:

$$\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x - 3y \leq 0 \end{cases}$$

b) Calculeu el valor de la funció $f(x, y) = x - 4y$ en el vèrtex i expliqueu raonadament si correspon a un extrem de $f(x, y)$ i de quina classe és.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

3. a) Calculeu els punts del gràfic de la corba $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ on la recta tangent té

$$\text{pendent} = -\frac{1}{3}.$$

b) Determineu la recta tangent en aquests punts.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.



4. La funció $f(x) = \frac{90x + 100}{x + 5}$ indica el nombre de minuts que s'aconsella de caminar diàriament en funció del nombre x de setmanes que han passat des que es va començar un programa de manteniment.
- Segons aquest programa de manteniment, a partir de quina setmana s'ha de caminar més d'una hora?
 - Feu un gràfic aproximat de la funció i expliqueu el seu creixement. Quant de temps aproximadament hauria de dedicar diàriament a caminar una persona que fa molt de temps que segueix el programa?

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

PROBLEMES

5. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B . Per fabricar una peça de tipus A es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus B , 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 quilos de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus A ni més de 20 de tipus B .
- Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa.
 - Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema.
 - D'entre les solucions obtingudes, quins són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enters) si es volen exhaurir els 100 quilos de metall? Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

6. Una marca comercial utilitza tres ingredients A , B i C en l'elaboració de tres tipus de pizzes $P1$, $P2$ i $P3$. La pizza $P1$ s'elabora amb 1 unitat de A , 2 de B i 2 de C ; la $P2$ s'elabora amb 2 unitats de A , 1 de B i 1 de C , i la $P3$ s'elabora amb 2 unitats de A , 1 de B i 2 de C . El preu de venda al públic és de 4,80 € per a $P1$, 4,10 € per a $P2$ i 4,90 € per a $P3$. Sabent que el marge comercial (benefici) és d'1,60 € en cadascuna, trobeu quant costa cada unitat de A , B i C a la marca comercial esmentada.

Puntuació: plantejament 2 punts; solució 2 punts. Total: 4 punts.

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts.

QÜESTIONS

1. El preu d'un bitllet d'una línia d'autobusos és la suma d'una quantitat fixa i una altra proporcional al nombre de quilòmetres del recorregut. S'han pagat 18 € per un bitllet a una població que és a 500 km i 33 € per un altre a una ciutat que és a 1000 km. Quant haurem de pagar per un bitllet a una població que és a 250 km?

Puntuació: plantejament 1 punt; solució 1 punt. Total 2 punts.

2. Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Calculeu A^{55} .

Puntuació: total 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

3. Calculeu a i b de manera que $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$ tingui extrems relatius en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 2$, i digueu, en cada cas, si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

Puntuació: càlcul de a i b 1 punt; determinació del caràcter 1 punt. Total: 2 punts.

4. Calculeu en quins punts de la regió determinada pel sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0 \\ 4x + 3y - 4 \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \end{cases}$$

la funció $F(x, y) = \frac{4x}{3} + y$ pren els seus valors màxim i mínim, i quins són aquests valors.

Puntuació: gràfic 1 punt; determinació dels punts del contorn i obtenció de tots els punts extrems 1 punt. Total: 2 punts.



PROBLEMES

5. Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

- a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba que representa $f(x)$, en el punt d'abscissa $x = 2$.
- b) Quina és la funció que dóna el pendent de la recta tangent en cadascun dels punts de la corba?
- c) Calculeu el punt de la corba que representa $f(x)$ en el qual el pendent de la recta tangent és màxim. Trobeu el valor d'aquest pendent màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

6. Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B . Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.

- a) Siguin x i y el nombre d'articles produïts per dia dels tipus A i B , respectivament. Expresseu les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en x i y .
- b) Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema.
- c) Sabem que el benefici de produir els articles de tipus A és el doble del que s'obté amb els articles de tipus B . Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el benefici màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.