



## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

### QÜESTIONS

1. a) Discuti el sistema següent segons els valors del paràmetre  $a$ :

$$\left. \begin{array}{l} x + (a+1)y = 1 \\ ax + 2y = -2 \end{array} \right\}$$

- b) Resoleu-lo per al valor de  $a$  que el fa indeterminat.

2. Considereu la funció definida a trossos següent:

$$f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

- a) Calculeu els valors de  $a$  i de  $b$  per tal que  $f(x)$  sigui contínua per a tot  $x$ .  
b) Feu un gràfic de la funció obtinguda en l'apartat anterior.

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 5 \\ x - 5y \leq 0 \end{array} \right\}$$

- a) Resoleu-lo gràficament.  
b) Trobeu-ne totes les solucions enteres.

4. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla de vèrtexs  $(0, 0)$ ,  $(2, 3)$  i  $(3, 1)$ .

## PROBLEMES

5. Els beneficis mensuals d'un artesà expressats en euros, quan fabrica i ven  $x$  objectes, s'ajusten a la funció  $B(x) = -0,5x^2 + 50x - 800$ , en què  $20 \leq x \leq 60$ .
- Trobeu el benefici que obté en fabricar i vendre 20 objectes i en fabricar i vendre 60 objectes.
  - Trobeu el nombre d'objectes que ha de fabricar i vendre per a obtenir el benefici màxim, així com aquest benefici màxim.
  - Feu un esbós del gràfic de la funció  $B(x)$ .
  - El benefici mitjà per  $x$  objectes és  $M(x) = \frac{B(x)}{x}$ . Digueu quants objectes ha de fabricar i vendre perquè el benefici mitjà sigui màxim, i quin és aquest benefici.
6. Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per a fer una jaqueta es necessiten 1 m de roba i 2 botons, i per a fer uns pantalons calen 2 m de roba, 1 botó i 1 cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20 € i per la d'uns pantalons és de 30 €. Suposant que es ven tot el que es fabrica:
- Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici màxim.
  - Si el material sobrant es ven a 1 € el metre de roba, a 0,20 € cada cremallera i a 0,01 € cada botó, calculeu quant es pot obtenir de la venda del que ha sobrat.





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

### QÜESTIONS

1. Trobeu el màxim de la funció  $f(x, y) = 5x + y - 13$  en la regió tancada definida pel triangle de vèrtexs  $A = (2, 4)$ ,  $B = (6, 8)$  i  $C = (7, 3)$ , així com el punt o els punts on s'obté aquest màxim.
2. Una companyia aèria de baix cost fa vols des de Girona fins a tres ciutats, A, B i C. Calculeu el preu dels bitllets a cada ciutat amb la informació següent: si ven 10 bitllets per anar a la ciutat A, 15 per a la B i cap per a la C, ingressa 925 €; si ven 12 bitllets per a A, 8 per a B i cap per a C, ingressa 760 €; si ven 6 bitllets per a A, 5 per a B i 8 per a C, ingressa 855 €.
3. En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten  $0,9 \text{ m}^2$  de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model necessiten  $1,2 \text{ m}^2$  de cuir i 4 hores de feina. Per a fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de  $60 \text{ m}^2$  de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.
  - a) Expresses, mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a les quals està sotmesa la producció d'aquests dos models de bosses.
  - b) Representeu la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtexs.
4. La funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  té un màxim en el punt  $(1, 4)$  i passa pel punt  $(3, 0)$ . Trobeu  $a$ ,  $b$  i  $c$ .

**PROBLEMES**

5. Considereu la funció real de variable real  $f(x) = \frac{2x+m}{x}$ , on  $m$  és un paràmetre real.
- Calculeu el valor que ha de tenir  $m$  perquè la tangent a la gràfica de  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = -3$  sigui paral·lela a la recta  $x - 3y + 1 = 0$ . Calculeu també l'equació d'aquesta tangent.  
Ara fixeu el valor de  $m = 1$ .
  - Determineu el domini de la funció i els intervals on és creixent o decreixent.
  - Determineu-ne les asímptotes.
  - Dibuixeu un esbós de la gràfica resultant.
6. Tres entitats financeres, A, B i C, ofereixen, respectivament, per a dipòsits superiors a 2000 €, un interès anual del 2%, 3% i  $k\%$  (que no coneixem). La Joana, en Manel i en Dani decideixen invertir els estalvis en aquestes entitats durant un any. Sabem que si tots ho fessin a l'entitat A, obtindrien en total uns beneficis de 164 €; però si la Joana optés per A, en Manel per C i en Dani per B, obtindrien 192 €; finalment, si la Joana i en Manel es decidissin per B i en Dani per C, obtindrien 218 €.
- Escriviu un sistema d'equacions que descriu la situació.
  - Sense resoldre el sistema, determineu la quantitat total de diners invertida entre les tres persones.
  - Trobeu, si existeix, un valor de  $k$  per al qual hi hagi infinites solucions. Resoleu el sistema per a aquest valor de  $k$ , i doneu-ne tres solucions diferents.

