



## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

Responen a TRES de les quatre qüestions i resolcu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 10 \\ 3x + 4y \leq 12 \end{array} \right\}$$

- a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.

[1 punt]

- b) Determineu el màxim de la funció  $f(x, y) = x + 3y$  quan està sotmesa a les restriccions anteriors.

[1 punt]

2. Un botiguer compra deu televisors i sis equips de música. D'acord amb el preu marcat hauria de pagar 10 480 €. Com que paga al comptat, li fan un descompte del 5% en cada televisor i del 10% en cada equip de música, i només ha de pagar 9 842 €. Quin és el preu marcat de cada televisor i de cada equip de música?

[2 punts]

3. Segons un estudi sobre l'evolució de la població d'una espècie protegida determinada, podem establir el nombre d'individus d'aquesta espècie durant els propers anys mitjançant la funció

$$f(t) = \frac{50t + 500}{t + 1}$$

en què  $t$  és el nombre d'anys transcorreguts.

- a) Calculeu la població actual i la prevista per d'aquí a nou anys.  
[0,5 punts]
- b) Determineu els períodes en què la població augmentarà i els períodes en què disminuirà.  
[1 punt]
- c) Esbrineu si, segons aquesta previsió, la població tendirà a estabilitzar-se en algun valor i, si escau, determineu-lo.  
[0,5 punts]

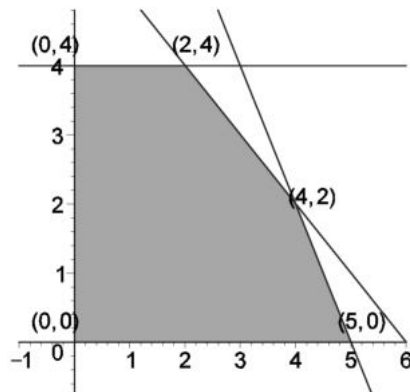
4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 3 \\ -x + y + 2z = 1 \\ 7x - 10y + z = a \end{array} \right\}$$

- a) Digueu per a quins valors del paràmetre  $a$  el sistema és incompatible.  
[1 punt]
- b) Resoleu el sistema per al valor de  $a$  per al qual el sistema és compatible, i trobeu-ne una solució entera.  
[1 punt]

## PROBLEMES

5. La figura següent representa la regió de solucions d'un sistema d'inequacions lineals:



- a)** Trobeu el sistema d'inequacions que determina aquesta regió.  
[1 punt]
- b)** Determineu el valor màxim de la funció  $f_1(x, y) = x + y + 1$  en aquesta regió, i digueu en quins punts s'assoleix aquest màxim.  
[1 punt]
- c)** Trobeu el valor de  $a$  perquè la funció  $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$  assoleixi el màxim en el segment comprès entre els extrems  $(4, 2)$  i  $(5, 0)$ .  
[1 punt]
- d)** Determineu els valors de  $a$  per als quals la funció  $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$  assoleix el màxim només en el punt  $(4, 2)$ .  
[1 punt]
- 6.** El preu de cost d'una unitat d'un cert producte és de 120 €. Si es ven a 150 € la unitat, el compren 500 clients. Per cada 10 € d'augment en el preu, les vendes disminueixen en 20 clients.
- a)** Trobeu una fórmula mitjançant la qual obtinguem els beneficis.  
[2 punts]
- b)** Calculeu a quin preu  $p$  per unitat hem de vendre el producte per a obtenir un benefici màxim.  
[1 punt]
- c)** En el cas anterior, trobeu el nombre d'unitats que es venen i calculeu el benefici màxim.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

Responen a TRES de les quatre qüestions i resolcu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts, i el problema, 4 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

### QÜESTIONS

1. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 2 \\ x-1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 3 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

a) Feu-ne la representació gràfica.

[1 punt]

b) Digueu en quins punts és discontinua i quin tipus de discontinuïtat té.

[1 punt]

2. Considereu la regió determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ -x + y \geq 0 \end{array} \right\}$$

a) Representeu aquesta regió.

[1 punt]

b) Esbrineu si la funció  $f(x, y) = x - 3y + 6$  té màxim en aquesta regió i, si escau, trobeu-lo.

[1 punt]

3. L'evolució de la població d'un estat, en milions d'habitants, es pot aproximar mitjançant la funció

$$P(t) = \frac{20t}{4+t^2} + 40$$

en què  $t$  és el temps en anys.

- a)** Calculeu la població actual (per a  $t = 0$ ).

[0,5 punts]

- b)** Determineu el límit de  $P(t)$  quan  $t$  tendeix a infinit.

[0,5 punts]

- c)** Determineu al cap de quants anys la població serà màxima i el nombre d'habitants que la funció prediu per a aquest màxim.

[1 punt]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ px + 2y = -2 \end{array} \right\}$$

- a)** Discutiu el sistema segons els valors del paràmetre  $p$ .

[1 punt]

- b)** Resoleu-lo per a  $p = 5$ .

[1 punt]

## PROBLEMES

5. Un agricultor disposa d'un camp on plantarà patates i pastanagues. Les patates per a plantar costen 1,5 €/kg, i les pastanagues, 1,75 €/kg. La quantitat de patates plantades no pot superar el doble de la quantitat de pastanagues, i tampoc no pot ser inferior a la meitat de les pastanagues plantades. La despesa que aquest agricultor ha de fer per plantar les patates i les pastanagues no pot superar els 150 €. Per cada kilogram que planta, obté un benefici, després de la venda, de 20 €/kg per a les patates i de 50 €/kg per a les pastanagues. Determineu quina quantitat de cada producte ha de sembrar per tal que el benefici després de la venda sigui màxim.

[4 punts]

6. Fa un any, una persona va invertir 12000 € en accions de tres empreses, que anomenarem A, B i C. Ara, les accions de l'empresa A han augmentat de valor en un 25 %, les de l'empresa B han augmentat en un 10 % i, en canvi, les de l'empresa C han perdut un 15 % del seu valor. Si ara vengués totes les accions, no obtindria ni pèrdues ni beneficis. Sabent que va invertir en les accions de l'empresa C el mateix que en les altres dues juntes, calculeu la quantitat de diners que va invertir en accions de cada empresa.

[4 punts]

