

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- D'una funció $y = f(x)$ sabem que la seva derivada és $f'(x) = x^3 - 4x$.
 - Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció $y = f(x)$.
[1 punt]
 - Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los.
[1 punt]
- Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en què el temps t varia entre 0 i 4 minuts.
 - Calculeu per a quin valor de t el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim.
[1 punt]
 - Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament?
[1 punt]
- Consideren les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$, en què m i n són dos nombres reals.
 - Comproveu que es compleix la igualtat $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$.
[1 punt]
 - Determineu m i n de manera que les matrius B i C commutin, és a dir, $B \cdot C = C \cdot B$.
[1 punt]

4. Tenim unes quantes monedes d'un euro distribuïdes en tres piles. Passem dotze monedes de la tercera pila a la segona i, a continuació, en passem deu de la segona pila a la primera. Un cop fet això, les tres piles tenen la mateixa quantitat de monedes.
- a) Amb aquestes dades, podem determinar la quantitat de monedes que hi havia inicialment en cada pila? Raoneu la resposta.
[1 punt]
- b) Esbrineu la quantitat de monedes que hi havia inicialment a cada pila si sabem que en total hi ha 51 monedes.
[1 punt]
5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.
[1 punt]
- b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.
[1 punt]
6. Considereu la funció $f(x) = -x^2 + bx + c$, amb b i c nombres reals.
- a) Trobeu b i c de manera que la gràfica de la funció passi pel punt $(-1, 0)$ i tingui un extrem local en el punt d'abscissa $x = 3$. Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta.
[1 punt]
- b) Per al cas $b = 3$ i $c = 2$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta $y = 5x - 2$.
[1 punt]

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 5

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per a produir dos models d'anells. Per a fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per a fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat. Sabent que es vendrà tota la producció, determineu quants anells de cada model cal produir per a obtenir el màxim benefici i indiqueu quin és aquest benefici.
[2 punts]
2. Una empresa ofereix 225 euros per repartir tot un paquet de fulls de propaganda. En Roc, en Martí i en Guiu decideixen fer la feina entre tots tres: en Martí reparteix un 20 % del total; en Guiu reparteix 100 fulls més que en Roc, i entre en Roc i en Martí en reparteixen 850.
 - a) Calculeu el nombre de fulls que ha repartit cadascun d'ells.
[1 punt]
 - b) Un cop acabada la feina, decideixen dividir els guanys entre tots tres, proporcionalment als fulls repartits. Segons aquest criteri, quants diners cobrarà en Guiu, quants en cobrarà en Roc i quants en Martí?
[1 punt]
3. L'any 2008 la nòmina d'un treballador era de 1.000 euros. L'any 2009, l'empresa on treballava va decidir rebaixar-li la nòmina un 10 %. L'any 2010, amb la intenció de recuperar la situació econòmica del treballador, l'empresa va decidir incrementar-li la nòmina un 10 %.
 - a) Calculeu la nòmina del treballador un cop aplicada la rebaixa del 10 % de l'any 2009.
[0,5 punts]
 - b) Calculeu la nòmina del treballador després d'aplicar-hi l'increment del 10 % de l'any 2010.
[0,5 punts]
 - c) Si una nòmina de 1.000 euros ha patit una rebaixa d'un 10 %, quin increment percentual s'ha d'aplicar a la nova nòmina per a recuperar el sou de 1.000 euros?
[1 punt]

4. Les pèrdues o els beneficis d'una empresa vénen donats per la funció $f(t) = \frac{3t - 6}{t + 2}$, en què $f(t)$ s'expressa en centenars de milers d'euros, un cop transcorreguts t anys des de l'inici del 2010.

a) Feu un esbós de la gràfica de la funció $f(t)$ per a $t > 0$, calculant els intervals de creixement, els talls amb els eixos i les asímptotes.

[1 punt]

b) A l'inici de l'any 2010, quants euros perdia o guanyava l'empresa? Quins anys va tenir pèrdues l'empresa i a partir de quin any en va deixar de tenir?

[0,5 punts]

c) A partir de quin any els guanys de l'empresa van ser més grans o iguals a un centenar de milers d'euros? Es poden superar els tres centenars de milers d'euros de beneficis? Raoneu les respostes.

[0,5 punts]

5. El preu en euros d'una pedra preciosa és cinc vegades el quadrat del seu pes en grams. Si tenim una pedra preciosa de 8 grams i ens plantegem partir-la en dos trossos:

a) Quin pes ha de tenir cadascun dels trossos perquè el conjunt valgui el mínim possible?

[1 punt]

b) Quin és el preu mínim i el preu màxim que pot valer aquest conjunt?

[1 punt]

6. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu el valor del paràmetre a per al qual es compleix que $A \cdot B = B \cdot A$.

[1 punt]

b) Per al valor $a = 2$, trobeu una matriu X tal que $A \cdot X \cdot A = B$.

[1 punt]